

Dominik Matuszek, V Liceum Ogólnokształcące w Bielsku-Białej

Liczby pierwsze

Czym są liczby pierwsze?

Na początku powiedzmy sobie, czym są liczby pierwsze.

Jak powszechnie wiadomo, liczba pierwsza jest to liczba, która dzieli się przez 1 i samą siebie. Zauważmy jednak, że 1 nie jest liczbą pierwszą – o tym jednak w kolejnym slajdzie.

Dlaczego 1 nie jest liczbą pierwszą?

Wynika to z tzw. podstawowego twierdzenia arytmetyki.
Mówi ono, że:

*„Każdą liczbę naturalną większą od 1, nie będącą liczbą pierwszą, można **jednoznacznie** przedstawić w postaci iloczynu liczb pierwszych”*

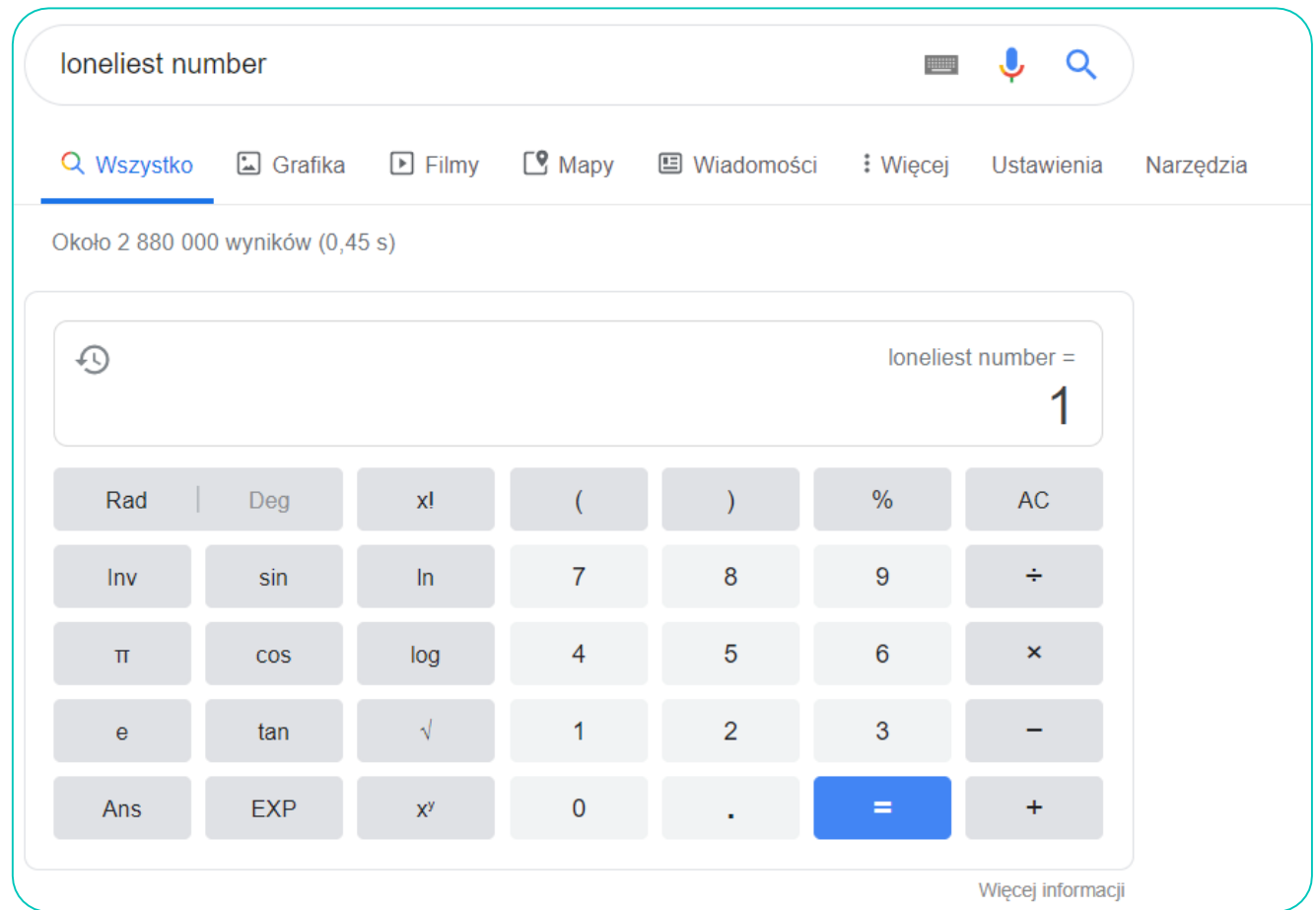
Zwróćmy uwagę na słowo „jednoznacznie”. Gdyby liczba 1 była liczbą pierwszą, to istniałoby wiele sposobów przedstawienia danej liczby jako iloczynu liczb pierwszych, na przykład:

1. $15=3*5$
2. $15=1*3*5$
3. $15*1*1*3*5$

I tak dalej. Z tego względu matematycy umówili się, że 1 nie jest liczbą pierwszą. Oznacza to również, że liczby 1 nie da się przedstawić w postaci iloczynu liczb pierwszych.

Ciekawostka

Po wpisaniu w wyszukiwarkę Google „loneliest number” (ang. Najsamotniejsza liczba) jako wynik pojawi się nam właśnie liczba 1.



The image shows a screenshot of a Google search interface. The search bar contains the text "loneliest number". Below the search bar, there are navigation tabs: "Wszystko", "Grafika", "Filmy", "Mapy", "Wiadomości", "Więcej", "Ustawienia", and "Narzędzia". The search results indicate "Około 2 880 000 wyników (0,45 s)". A calculator interface is displayed, showing the search query "loneliest number =" and the result "1". The calculator has a grid of buttons including mathematical functions like Rad, Deg, x!, (,), %, AC, Inv, sin, ln, 7, 8, 9, ÷, π, cos, log, 4, 5, 6, ×, e, tan, √, 1, 2, 3, -, Ans, EXP, x^y, 0, ., =, and +. A link "Więcej informacji" is visible at the bottom right of the calculator interface.

Szyfrowanie RSA

Mimo, że najprawdopodobniej każdy zna definicję liczb pierwszych, niekoniecznie już każdy zna ich zastosowania. Jednym z najważniejszych z nich jest szyfrowanie RSA. Używane jest ono podczas komunikacji z bankiem. Liczby pierwsze używane do szyfrowania są rzędu 2^{1048} .



RSA

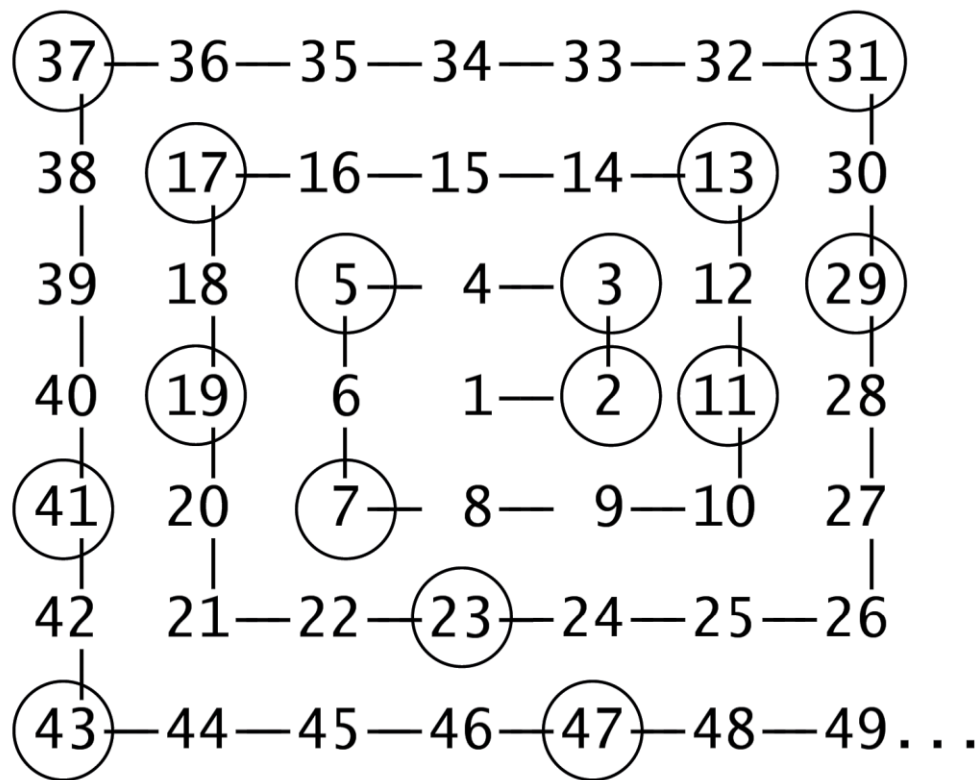
Ciekawostka

Udało się już złamać zabezpieczenia RSA dla liczby pierwszej o długości 768 bitów. Naukowcy, którzy tego dokonali, podkreślili jednak, że gdyby wydłużyć ją o kilka bitów, proces zajęłby kilka tysięcy lat. Należy jednak pamiętać, że „wyścig” nadal trwa, gdyż komputery stają się coraz bardziej wydajne. Oznacza to również, że w przyszłości szyfrowanie RSA będzie musiało się opierać na jeszcze większych liczbach pierwszych.



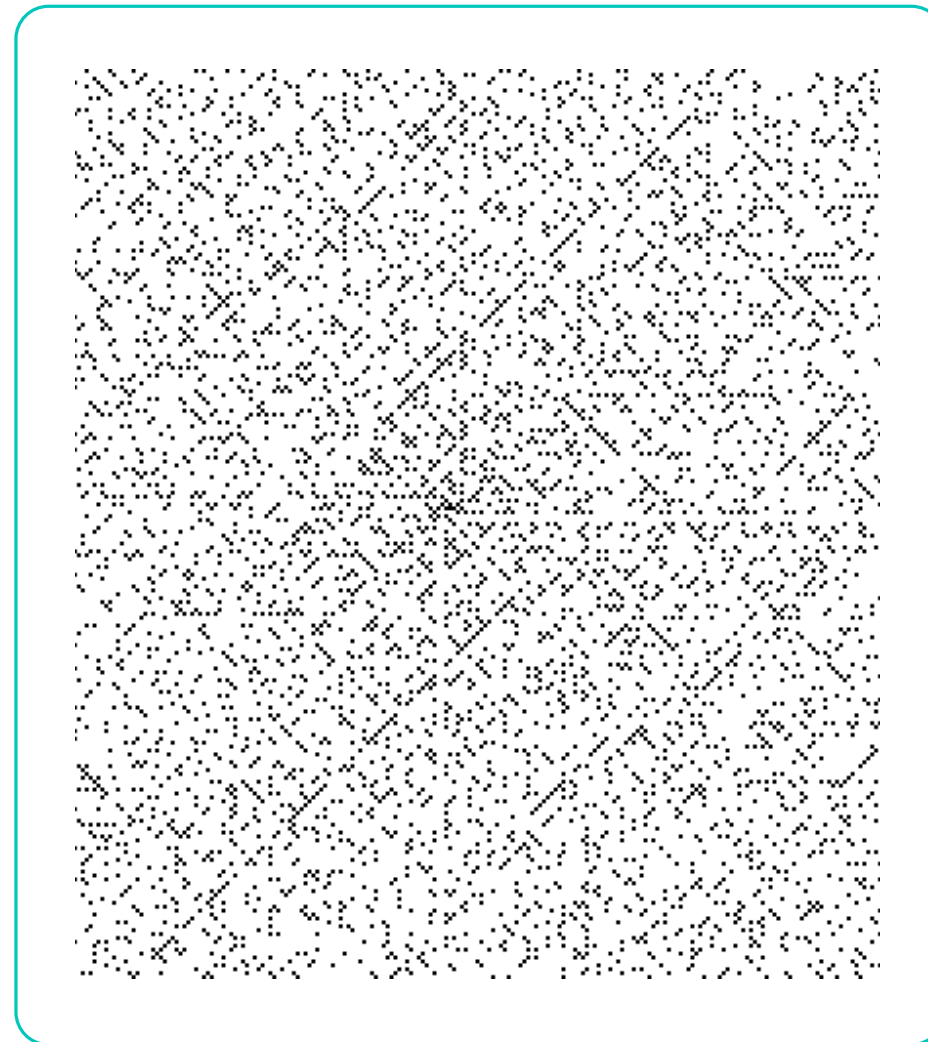
Spirala Ulama

W 1963 roku polski matematyk, Stanisław Ulam nudził się na wykładzie i postanowił zacząć rysować spiralę, złożoną z kolejnych liczb naturalnych, począwszy od 1, to znaczy 1,2,3,4... i tak dalej. W pewnym momencie postanowił zaznaczyć wszystkie liczby pierwsze i zauważył coś niespodziewanego – duża część liczb pierwszych sąsiadowała ze sobą „po przekątnej”.



Spirala Ulama dla większej liczby liczb.

Na grafice pokazano spiralę Ulama, przy czym jako kropki zaznaczone są liczby pierwsze. Widać tendencję do sąsiadowania ze sobą „po przekątnej”.



Liczby pierwsze Mersenne'a

Liczbą Mersenne'a nazywamy każdą liczbę, która równa jest $2^n - 1$ dla naturalnego n . Okazuje się, że największa znana nam obecnie liczba pierwsza jest właśnie liczbą Mersenne'a.

Podsumowanie

Liczba pierwsza jest to liczba, która dzieli się przez 1 i samą siebie.

Liczba 1 nie jest liczbą pierwszą.

Liczby pierwsze używane są podczas szyfrowania RSA, używanego chociażby podczas szyfrowania Twojej komunikacji z bankiem internetowym.

Największa znana nam liczba pierwsza na świecie jest liczbą Mersenne'a.

Podane tutaj informacje absolutnie nie wyczerpują tematu liczb pierwszych, gdyż jest w ich internecie znacznie więcej; prezentacja miała tylko na celu zaprezentować kilka informacji na ich temat (mam nadzieję, że ciekawych).

Źródła

- <https://www.youtube.com/watch?v=ptibpKiT-QM&t=118s>
- https://en.wikipedia.org/wiki/Illegal_prime
- https://pl.wikipedia.org/wiki/Spirala_Ulama
- https://pl.wikipedia.org/wiki/Liczby_Mersenne%E2%80%99a

Dominik Matuszek,
V Liceum
Ogólnokształcące w
Bielsku-Białej

**Dziękuję za
uwagę.**